



# POUR ENSEIGNER LES NOMBRES, LE CALCUL ET LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES AU CP

Le guide orange des maths

Un guide fondé  
sur l'état de  
la recherche



- **Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP**



*Dans la lignée des guides orange français, ce guide mathématique propose des pistes d'enseignement, des séquences d'apprentissage, et accompagne le professeur tout au long de l'année.*

# INDEX

- Introduction ; Mobiliser et construire des connaissances dans l'activité de résolution de problèmes au CP
- Chapitre I : Quels systèmes de numération enseigner, pourquoi Et comment?
- Chapitre II : Calcul et sens des opérations
- Chapitre III : Résolution de problèmes et modélisation
- Chapitre IV : Quels matériels et pour quelle utilisation en mathématiques au CP?
- Chapitre V : Le jeu dans l'apprentissage des mathématiques.
- Chapitre VI : Comment analyser et choisir un manuel de mathématiques pour le CP?
- Chapitre VII : Programmer sa progression au CP
- **Bibliographie et outils de références.**

Importance de la distinction des deux systèmes de numération;

Importance du travail des différents modes de calcul;

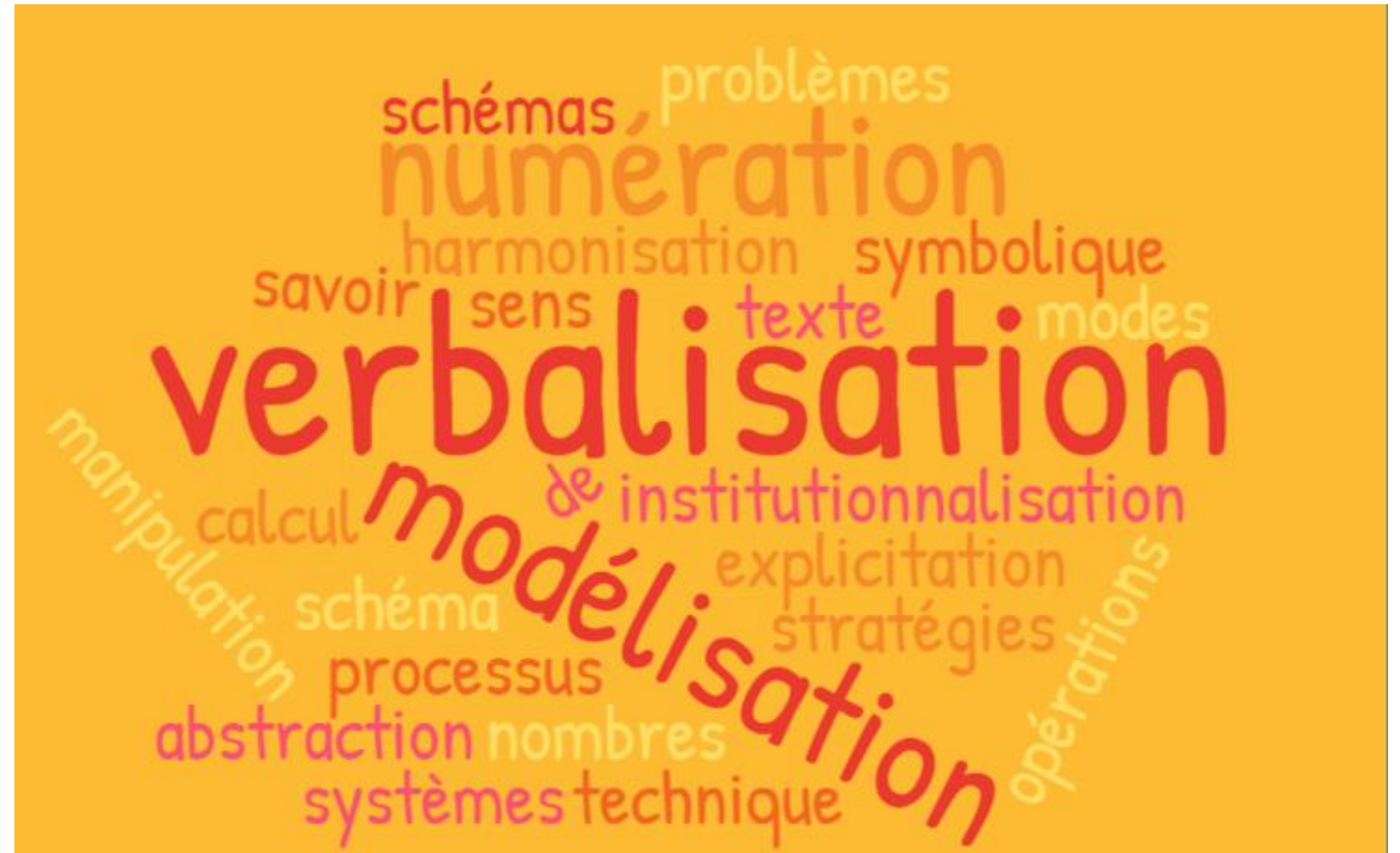
Importance du rôle de la manipulation et de la verbalisation des élèves dans les apprentissages;

Importance des cheminement cognitifs pour passer de la manipulation à l'abstraction;

Importance de la modélisation dans la résolution de problèmes;

Importance du texte de savoir

# Introduction



# Introduction: Mobiliser et construire des connaissances dans l'activité de résolution de problèmes au CP

Comment permettre aux élèves de **se construire des représentations du problème** en s'appuyant sur des manipulations, mais également comment dépasser ces dernières pour aller vers davantage d'abstraction en s'appuyant sur **la verbalisation** ?

comment **faire évoluer les connaissances et procédures mobilisées** en fonction de la progression générale mise en œuvre par le professeur et particulièrement des cheminements cognitifs qu'il ménage pour les élèves ?

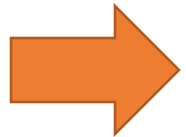
**quelle place donner à l'institutionnalisation**, notamment **comment développer des traces écrites du travail effectué** ?

# Chapitre I : Quels systèmes de numération enseigner, pourquoi et comment?

Le chapitre 1 (p22) présente une analyse synthétique des deux systèmes de numération et développe des pistes pour leur enseignement.

La comptine numérique

Les désignations écrites chiffrées



Focus sur la dizaine  
p 32

**Focus | Une séquence  
d'apprentissage sur  
la numération écrite chiffrée**

pages  
40 à 46.

## Points à retenir

Il existe **deux systèmes de numération** dont il convient d'enseigner les principes propres à chacun. Les mots et les chiffres sont les signes constitutifs de chacun d'entre eux. La forme écrite de l'oral « quarante-deux » n'est pas l'écriture chiffrée « 42 ».

**Deux grands types d'itinéraires** permettent d'enseigner les systèmes. En amont, la dizaine est à concevoir comme synonyme de « dix » et comme nouvelle unité de numération. **Deux procédures de dénombrement sont à enseigner de manière explicite** : l'une permet d'obtenir le nom du nombre sans nécessité de connaître son écriture chiffrée, l'autre permet d'obtenir l'écriture chiffrée du nombre sans nécessité de connaître son nom.

**Les unités de numération** servent à désigner des quantités et permettent de travailler **l'aspect décimal et l'aspect positionnel de la numération écrite chiffrée**.

Les comparaisons de collections peuvent servir d'appui à la construction des deux systèmes de numération. Les connaissances sont réutilisées dans diverses activités : représenter, comparer, ranger, encadrer, intercaler des nombres ; calculer. **Un « dialogue » peut s'instaurer entre des procédures** utilisant les ressources de l'un ou de l'autre système.

# Chapitre 2 : Calcul et sens des opérations

Le chapitre 2 ( p47) présente les différents modes de calcul ( calcul mental, calcul en ligne, calcul posé) et propose des pistes pour les enseigner.

Calcul posé

Calcul mental

Calcul en ligne

| CALCUL MENTAL                              | CALCUL EN LIGNE   | CALCUL POSÉ   |
|--|---|---|
| Modalité de calcul sans recours à l'écrit. | Modalité de calcul écrit ou partiellement écrit sans utilisation des algorithmes d'opérations posées. | Modalité de calcul écrit qui requiert l'application d'un algorithme opératoire. |

Ces modalités de calcul mobilisent :  
**Des faits numériques immédiatement disponibles** : compléments à 10, doubles et moitiés, résultats des tables d'addition, etc...

**Des procédures élémentaires automatisées** : en appui sur les faits numériques et traitements de calcul : +1, -1, + 10, -10, décomposer un nombre , calculer un presque double...

**Des combinaisons de procédures** : compléments à 10 , Décomposition, commutativité Ex:  $7 + 43 = 7 + 40 + 3 = 7 + 3 + 40 = 10 + 40$ .

# Comment passer du comptage au calcul ?

*« Les pratiques régulières et variées de composition/décomposition de petites collections doivent être favorisées car elles permettent de donner du sens aux nombres et d'approcher les notions d'addition et de soustraction. [...] Elles développent aussi l'acquisition d'une aisance dans la manipulation et les procédures. Elles favorisent la mémorisation des premiers faits numériques (premiers éléments des tables d'additions et de soustractions et en particulier la liste des compléments à 10) et l'acquisition de techniques de calcul. »*

**Extrait de la conférence de consensus : « Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire », 2015, accessible sur le site du Cnesco, p. 13.**

Les élèves de CP utilisent les connaissances acquises en maternelle ; ils manipulent verbalisent leurs procédures et vérifient empiriquement, à l'aide de matériel , leurs solutions.

L'enjeu du CP est de faire passer les élèves de procédures de comptage sur les objets à des procédures de calcul.

La situation de la boîte est une situation de référence pour enseigner ce passage du comptage au calcul dès la première période du CP.

**La situation de la boîte : Pages 53 à 54.**



# Quelles opérations enseigner au CP?

Développer l'acquisition du sens des quatre opérations dès le CP => confronter les élèves à des situations qui donnent du sens aux quatre opérations et permettent de les conceptualiser : addition et soustraction seront associées dans le champ additif et multiplication et division dans le champ multiplicatif.

## **L'addition et la soustraction**

Apparition au CP des signes + ; - et =

Associer l'addition à trou avec la soustraction

Connaitre les tables d'addition , c'est aussi connaitre les différences.

$3 + ? = 10$  associé à  $10 - 3 = ?$

Alterner les positions :  $5 + 3 = 8$  ou  $8 = 5 + 3$

## **La multiplication et la division**

Situations de partage équitable

Manipuler des configurations rectangles ( comme des tablettes de chocolat par ex) permet de travailler le partage des nombres entiers mais aussi de visualiser la commutativité de la multiplication.

CP => travail manipulatoire sur des objets.

La symbolisation et l'apparition du symbole mathématique « x » peuvent être proposées en fin de CP mais on utilisera le mot « fois »

# Comment enseigner le calcul mental et le calcul en ligne au CP?

Une pratique régulière et répétée , un enseignement structuré vont donner du sens aux propriétés opératoires et aux techniques de décomposition des nombres.

## Mémorisation des faits numériques :

| FAMILLES                       | EXEMPLES             | FAITS NUMÉRIQUES<br>OU PROCÉDURE ÉLÉMENTAIRE |
|--------------------------------|----------------------|--|
| 1. Les suivants                | $3 + 1$<br>$5 + 1$   | Procédure élémentaire                        |
| 2. Les règles de numération    | $10 + 5$<br>$10 + 7$ | Faits numériques                             |
| 3. Les doubles                 | $2 + 2$<br>$3 + 3$   | Faits numériques                             |
| 4. Les compléments à 10        | $2 + 8$<br>$4 + 6$   | Faits numériques                             |
| 5. Les presque-doubles         | $4 + 5$<br>$6 + 7$   | Procédure élémentaire                        |
| 6. Les sommes inférieures à 10 | $3 + 6$<br>$7 + 2$   | Faits numériques                             |
| 7. Le passage par 10           | $7 + 5$<br>$8 + 8$   | Procédure élémentaire                        |

## Mémoriser, oui mais comment ?

Entraînement : en collectif, groupes de besoins, jeux, entraînements spécifiques.

Bonne représentation mentale des nombres

Compréhension des opérations

Élaboration progressive des résultats

Proposer des outils adaptés au bon moment : matériel de numération, frise numérique...

=> Développer la fluence en calcul.

**Focus | L'apprentissage  
des tables d'addition**

P 60 à 62

# Le calcul en ligne

Les résultats intermédiaires ou les décompositions des ombres peuvent être écrits plutôt que stockés en mémoire de travail. Le calcul en ligne est donc une modalité de calcul proche du calcul mental, pour laquelle un écrit vient soutenir la mémoire de travail.

## Cohabitation de représentations des nombres et possibles décompositions.

Mise en œuvre implicite des propriétés des quatre opérations :

- Commutativité
- Associativité
- Utilisation simultanée des deux précédentes
- Distributivité de la multiplication sur l'addition.

⇒ Expliciter et confronter les procédures possibles et efficaces afin de conduire les élèves vers une procédure moins coûteuse et efficace.

⇒ Adopter une institutionnalisation

⇒ La confrontation des procédures doit se finaliser vers la procédure experte.

### EXEMPLE DE TRACE ÉCRITE

Pour ajouter 9 à un nombre,

- si le nombre se termine par 0, on peut ajouter directement les 9 unités :  
 $20 + 9 = 29$ ;
- si le nombre se termine par 1, on peut utiliser le complément à 10 :  
 $31 + 9 = 30 + 1 + 9 = 30 + 10 = 40$ ;
- dans les autres cas, on peut faire « + 10 - 1 » :  $47 + 9 = 47 + 10 - 1 = 57 - 1 = 56$ .

**Focus | Une séquence de calcul**

P 73

**L'ambition de l'enseignement du calcul au CP est de développer une pratique aisée du calcul** sous ses différentes formes (calcul mental, en ligne, posé), s'appuyant sur des faits numériques à mémoriser et des procédures élémentaires à automatiser. Il articule un travail à la fois fréquent sur les nombres, leurs propriétés et les opérations, mais aussi sur une gradation de la difficulté rencontrée. Il convient de donner au **calcul mental et au calcul en ligne une place prépondérante** dans l'enseignement du calcul.

La **manipulation** et la **verbalisation** jouent des rôles essentiels dans le processus d'**abstraction**, notamment en favorisant la compréhension du sens de l'opération et l'introduction progressive du symbolisme (+, -, =).

L'**institutionnalisation** des apprentissages en calcul mental et calcul en ligne doit faire l'objet d'une attention particulière. Il est nécessaire de hiérarchiser les procédures mises en place par les élèves, de débattre et de statuer sur leur portée. Ces éléments constituent alors une **trace écrite** claire dans les cahiers des élèves.



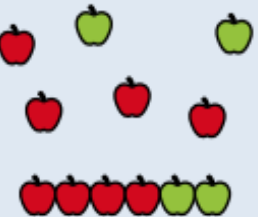


# Chapitre 3. Résolution de problèmes et modélisation.

La chapitre 3 (p75) est consacré à la **résolution de problèmes arithmétiques**. Il présente différents types de problèmes arithmétiques et décrit leur enseignement au CP. Il met en évidence **l'importance de la manipulation et de l'utilisation de schémas** pour la modélisation. Il place l'enseignement de la résolution de problèmes en CP dans un **continuum du cycle 1 au cycle 3**.

Les attendus :

| CHAMP ADDITIF   | CHAMP MULTIPLICATIF   |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>– Résoudre des problèmes additifs et soustractifs en une ou deux étapes ;</li><li>– Modéliser ces problèmes à l'aide de schémas ou d'écritures mathématiques ;</li><li>– Connaître le sens des signes « + » et « - ».</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>– Résoudre des problèmes de multiplication ou de division, en une étape, sur des petits nombres, avec le recours à la manipulation.</li></ul> |

De la manipulation à la représentation symbolique en passant par la verbalisation :


|  |   |  |
|--|---|--|
| <p><b>MODE SENSORI-MOTEUR<sup>39</sup></b></p> | <p>Manipulation d'objets tangibles proches de la réalité :</p>               | <p>Manipulation d'objets tangibles figuratifs :</p>    |
| <p><b>MODE IMAGÉ</b></p>                       | <p>Représentations imagées des objets tangibles proches de la réalité :</p>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Représentation avec un schéma :<br/> </li> <li>• Représentation présymbolique (schéma en barres + écriture symbolique) :<br/> </li> </ul> |
| <p><b>MODE SYMBOLIQUE</b></p>                  | <p>Écriture en langage mathématique : <math>4 + 2 = 6</math></p>  |  |

Modélisation par le schéma en barre : problème de composition


UN EXEMPLE DE PROBLÈME ET DE MODÉLISATION PROGRESSIVE  
PAR LE SCHÉMA EN BARRES

→ « Léo a 7 billes rouges et 5 billes bleues. Combien Léo a-t-il de billes en tout ? »


La résolution de ce problème à l'aide de 7 cubes rouges :




et 5 cubes bleus :



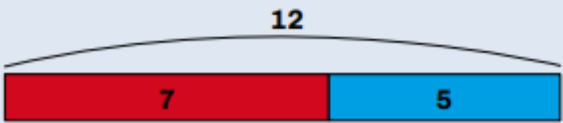
fait apparaître l'assemblage :



puis le schéma :



et enfin le schéma en barres :



Il correspond au schéma générique suivant :



## Points à retenir

- Les différents types de problèmes : comparaison, multiplicatif
- Le continuum des cycles
- Les écrits en résolution de problèmes : cahier personnel, cahier de référence

Outil collectif : l'affiche

- Rôle essentiel de l'Institutionnalisation

**Il s'agit d'enseigner la résolution de problèmes.**

L'enseignement explicite de la résolution de problèmes s'appuiera sur des temps d'institutionnalisation guidés par le professeur qui permettront de hiérarchiser les procédures en prenant en compte leur efficacité et leur économie. **L'objectif n'est cependant pas d'enseigner une typologie de problèmes.**

L'enjeu est de permettre aux élèves de réussir **seuls** les problèmes arithmétiques relevant du CP en enrichissant la mémoire des problèmes de chacun <sup>50</sup>. Le temps consacré à la résolution des problèmes basiques doit donc être conséquent et régulier. Il importe aussi de proposer des problèmes à deux étapes (problèmes complexes).

Le triptyque « **manipuler, verbaliser, abstraire** » offre des repères pour concevoir l'enseignement de la résolution de problèmes. L'articulation entre matériel, représentations associées et les notions mathématiques convoquées est essentielle. Il convient donc à ce titre de privilégier dès le CP des matériels décontextualisés tels que les cubes emboîtables.

Articuler représentation et modélisation : l'appui dès le CP sur des représentations à l'aide de schémas (notamment des schémas en barres) pourra faciliter l'accès à la modélisation et préparer un continuum didactique du cycle 2 au cycle 3 pour l'enseignement de la résolution de problèmes.

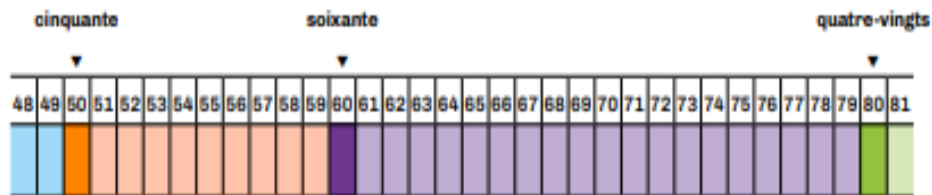
# Chapitre 4 : quels matériels et pour quelle utilisation en mathématiques au CP?

Le chapitre 4 ( p100) présente une synthèse du matériel pouvant être utilisé an classe de CP. Une liste du matériel pouvant être mis à disposition des élèves en classe est proposée.

## Matériel en classe



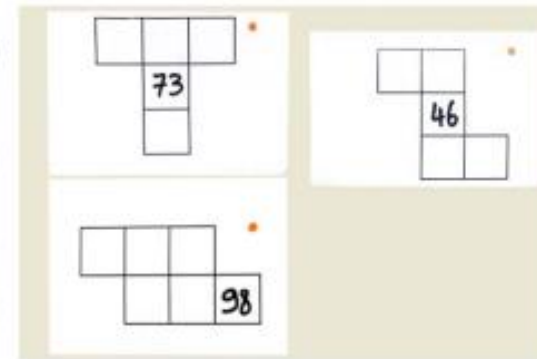
## Cubes emboîtables sécables



## La frise numérique

Cet outil met en lumière les régularités du système de numération écrite chiffrée.

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 0  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |
| 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 |
| 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 |
| 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 |
| 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 |
| 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 |
| 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 |
| 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 |



## Tableau des nombres

**Outils numériques** : Le portail Prim à bord sur Éduscol (<https://eduscol.education.fr/cid96257/prim-a-bord-le-portail-premier-degre.html>) propose de nombreux articles concernant l'utilisation des TNI (ou TBI)



## Points à retenir

- L'utilisation de matériel doit être régulière et constante sur une longue période. Le matériel doit être le plus transparent possible, il ne doit pas ressembler à des objets de la vie courante et le lien qui le lie avec le concept qu'il représente doit être explicité par l'enseignant.
- Les cubes emboîtables sécables, la frise numérique ainsi que le tableau des nombres sont considérés comme des matériels incontournables devant être mis à la disposition de chaque élève pour qu'il les utilise de façon individuelle.
- D'autres matériels, comme des compteurs, du matériel multibase, de la monnaie ou encore des tableaux de numération peuvent aussi être proposés aux élèves, en complément des matériels cités précédemment.

# Chapitre 5 : Le jeu dans l'apprentissage des mathématiques.

Le chapitre 5 ( p112) porte sur la place du jeu dans l'apprentissage des nombres et des opérations et propose une grille de critères pour analyser et mettre en œuvre des jeux mathématiques dans les classes.

## Jeux analysés :

Lucky Luke

Le bon débarras

Les cartes Recto-Verso

Le yams

Le jeu du saladier

Un jeu de déplacement sur piste

Le chiffroscope

=> **Objectif, règle, critère de réussite, variables, validation, synthèse.**

**Focus | Analyse des jeux mathématiques**

p126

*Le jeu est nécessaire mais pas suffisant...*

Pour que le jeu permette des apprentissages mathématiques, il est nécessaire qu'il ait été explicitement pris en charge dans la conception de la situation d'enseignement sous l'aspect d'une double valence didactique et ludique. Le jeu est alors vu dans la situation comme moteur de la dévolution, l'élève s'investissant tant au niveau intellectuel qu'au niveau affectif. Il se rapproche des mathématiques en ce qu'il amène l'élève à faire des choix, prendre des décisions, anticiper un résultat.

À travers le jeu, les élèves vont prendre plaisir à développer des stratégies et des raisonnements mathématiques, avec pour objectif l'apprentissage de stratégies et leur optimisation par des phases de verbalisation pour réussir le défi relevé.

# Chapitre 6 : Comment analyser et choisir un manuel de mathématiques pour le CP?

Le chapitre 6 ( p125) propose des outils pour aider les professeurs à choisir , de manière la plus éclairée possible, un manuel sur lequel appuyer leur enseignement.

## Points à retenir:

Dans le cadre du travail de conception de l'enseignement, le manuel est un appui très largement exploité.

En mathématiques, son choix pourra être encadré par les points essentiels suivants :

- la programmation proposée, au regard de l'organisation générale du manuel et de sa conformité aux instructions officielles ;
- la construction du nombre avec la présence d'un travail articulé autour des deux systèmes de numération orale et écrite chiffrée ;
- la progression en calcul mental (séquences : mémorisation des faits numériques, développement et automatisation de procédures de calcul) et l'approche du calcul posé ;
- la régularité de la résolution de problèmes dans tous les domaines ;
- la structure globale des séances d'apprentissage proposées, en termes de manipulation, d'institutionnalisation, d'entraînement, de différenciation, d'évaluation.

# Chapitre 7 : Programmer sa progression au CP?

Le chapitre 7 ( p134) propose une programmation sur l'année de CP de l'enseignement progressif de la numération, des modes de calcul et de la résolution de problèmes.

## Points à retenir:

Progressions proposées par périodes  
ET par champ de compétences.

Il existe certaines marges de manœuvre dans la programmation. Celle qui est proposée dans ce chapitre permet d'indiquer des repères forts sur les apprentissages, mais aussi ce qui peut être adapté selon le travail en concertation sur le niveau (en particulier les classes de CP dédoublées), sa classe, ses élèves, pour que chaque professeur puisse se l'approprier<sup>75</sup>.

Le programme officiel fixe des objectifs de cycle, avec des repères par année. Les objectifs de CP sont mis en perspective avec ceux du cycle 2. Le choix de la programmation au CP concerne donc toute l'équipe enseignante de l'école.